Г. Д. Луговая

Казань

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ, НЕ ОБЛАДАЮЩЕЕ НОСИТЕЛЕМ

В [1] введено понятие носителя ортогонального векторного поля и доказано, что всякое ультраслабо-слабо непрерывное векторное поле обладает носителем. Оставался открытым вопрос о существовании ортогонального векторного поля, не обладающего носителем. Здесь приводится пример такого поля.

Для $x = (x^1, x^2, \ldots) \in l^\infty$ определим оператор $\widehat{x}$, действующий в гильбертовом пространстве l^2 по формуле

$$\widehat{x}f = (x^1 f^1, x^2 f^2, \ldots), \quad f = (f^1, f^2, \ldots) \in l^2.$$

Тогда $M = \{\widehat{x} : x \in l^\infty\}$ — коммутативная алгебра фон Неймана, причем множество ее ортопроекторов $M^{pr} = \{\widehat{\chi}_\pi : \pi \subset \mathbb{N}\}$. Пусть, далее, $M_0 = \{\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \widehat{\chi}_{\pi_i},\ (\pi_i)$ — разбиение $\mathbb{N}\}$. Определим $F_0 : M_0 \to l^2$ равенством $F_0(\widehat{x}) = \lambda_{i_0}\xi$, где $\xi \neq 0$ — фиксированный вектор из l^2, а i_0 однозначно определяется условием $\pi_{i_0} \in \mathcal{U}$ (здесь $\mathcal{U}$ — некоторый ультрафильтр, мажорирующий фильтр Фреше). Продолжая по непрерывности F_0 с M_0 на M, получим искомое ортогональное векторное поле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Луговая Г. Д. *О понятии носителя ортогонального векторного поля* // Ученые записки КГУ. – 2008. – Т. 150. – Кн. 2. – С. 71–75.